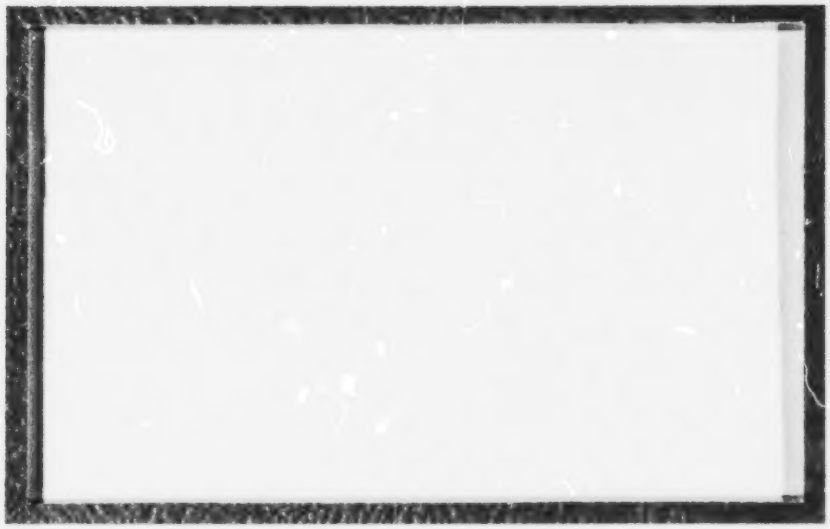
UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL



CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS

CASE POSTALE 6128, STATION A, MONTRÉAL, QUÉBEC, H3C 3J7

LA THEORIE DE LA LOCALISATION RESIDENTIELLE D'ALONSO ET QUELQUES EXTENSIONS

par

Marie Allard

Université de Montréal

Centre de recherche sur les transports - Publication #149

Septembre 1979

Dépôt légal - 4e trimestre 1979

RÉSUMÉ

Ce papier concerne la théorie de la localisation résidentielle d'Alonso, en particulier, la reformulation du problème de l'équilibre du consommateur. En effet, l'examen du modèle d'Alonso indique une certaine faiblesse au niveau de l'analyse du temps, faiblesse à laquelle certains auteurs ont remédié en introduisant une contrainte de temps. L'apport original de ce papier consiste principalement en l'introduction d'une nouvelle variable dans la contrainte de temps, cette variable étant mise pour tenir compte du temps de consommation. Différentes hypothèses sur cette variable ainsi que sur la variable revenu ont donné lieu à diverses extensions parfois intéressantes et qui permettent de retrouver certains résultats déjà rencontrés chez Alonso.

INTRODUCTION

A ce stade-ci, le présent travail ne compte à peu près rien d'original. En effet, il consiste presque essentiellement en une revue d'une partie de la littérature qui a été suscitée, entre autres, par le travail d'Alonso (1964). Toutefois, nous croyons qu'il représente un outil utile à quiconque veut aborder la théorie d'Alonso dans le but d'y apporter quelques modifications. C'est pourquoi nous comptons procéder de la façon suivante:

1. Nous exposerons brièvement la théorie d'Alonso telle quelle tout en essayant de la situer historiquement (voir Anas et Dendrinos (1975)) et en y apportant un peu plus de rigueur. Par la même occasion, nous parlerons d'une interprétation différente de celle d'Alonso de la rente résidentielle, cette alternative ayant été suggérée par Stull (1973).
2. Nous présenterons le problème qui nous intéresse, i.e. l'introduction d'une contrainte de temps dans l'équilibre du ménage chez Alonso. Toutefois, avant même de considérer notre vue personnelle du problème, nous verrons ce qui a déjà été fait dans ce domaine et ce, dans l'ordre suivant:
   2a) L'analyse de Becker (1965) sur le rôle du temps et une application de cette analyse à la théorie de la localisation résidentielle (voir Nelson (1973)).
   2b) L'approche de Casetti et Papageorgiou (1971).
   2c) Le point de vue de Yamada (1972) sur cette question.
3. Nous exposerons notre façon personnelle d'aborder le problème qui nous intéresse.

1. La théorie d'Alonso

Le modèle d'Alonso appartient à ce que Anas et Dendrinos (1975) ont appelé la "première génération" des modèles de la nouvelle économie urbaine. Ces modèles qui datent des années soixante et dont les principaux auteurs sont Beckmann, Alonso, Muth, Wingo, Casetti, Papageorgiou, Herbert et Stevens Wheaton, Nelson et Yamada, se caractérisent de la façon suivante par rapport aux modèles de la "deuxième génération": 1) ce sont des modèles d'équilibre partiel dans lesquels un secteur (habituellement le secteur résidentiel) est représenté; 2) ils s'intéressent à l'équilibre de localisation sous des hypothèses de goûts et / ou de revenus hétérogènes; 3) les externalités sont absentes de ces modèles; 4) ce sont des modèles à caractère positif (absence d'un secteur public) dans lesquels nous retrouvons des formes urbaines monocentriques et une représentation continue de l'espace. De plus, à l'intérieur même de cette première catégorie, le modèle d'Alonso s'identifie à un premier courant de recherche, c'est-à-dire, celui qui considère des fonctions d'utilité générales quasi-concaves (différentes d'un consommateur à l'autre) et une distribution des revenus non spécifiques. La contribution d'Alonso est donc d'avoir défini le problème de l'équilibre de localisation, dans le cas d'une distribution arbitraire des goûts et des revenus, sans toutefois proposer d'algorithme de résolution. Nous laisserons de côté ici l'équilibre de la firme et l'équilibre de marché pour nous concentrer sur l'équilibre du ménage.

A) L'équilibre du ménage:

Rappelons que le problème du consommateur peut se décrire comme suit: l'individu qui arrive à la ville avec l'intention d'acheter une terre,

doit faire face à une double décision, à savoir la grandeur de la terre qu'il va acheter et sa localisation par rapport au centre-ville. Nous allons supposer que notre individu est un consommateur typique et que ses préférences sont représentées par la fonction d'utilité suivante:

(1-1) $$U = U(z,q,t)$$

où "z" représente la quantité de bien composite, "q" la quantité de terre consommée et "t" la distance au centre-ville. La fonction U est continue, deux fois différentiable, ses dérivées premières ne sont jamais simultanément nulles (en particulier, $U_z > 0$, $U_q > 0$ et $U_t < 0$) et elle est quasi-concave. Nous supposerons également que notre individu est doté d'un revenu y et qu'il doit respecter sa contrainte de budget:

(1-2) $$Y = p_z.Z + P(t).q + K(t)$$

où p_z (le prix du bien composite), P(t) (la fonction donnant le coût du terrain) et K(t) (la fonction des coûts de transport) sont donnés. Le problème du consommateur est donc de maximiser sa fonction d'utilité (1-1) sous sa contrainte de budget (1-2). Ceci revient à maximiser le Lagrangien suivant:

(1-3) $$L = U(z,q,t) - \lambda[Y - (p_z Z + P(t).q + K(t))]$$

Les conditions du premier ordre s'écrivent:

(1-4) $$\frac{\partial L}{\partial z} = U_z + \lambda p_z = 0$$

(1-5) $$\frac{\partial L}{\partial q} = U_q + \lambda P(t) = 0$$

(1-6) $$\frac{\partial L}{\partial t} = U_t + \lambda P'(t)q + \lambda K'(t) = 0$$

(1-7) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(y - p_z Z - P(t)q - K(t)) = 0$$

Les équations (1-4), (1-5), (1-6) et (1-7) peuvent se réécrire sous la forme:

(1-8) $$\frac{U_q}{U_z} = \frac{P(t)}{P_z}$$

(1-9) $$\frac{U_t}{U_z} = \frac{P'(t)q + K'(t)}{P_z}$$

(1-10) $$y - p_z Z - P(t)q - K(t) = 0$$

A l'aide des équations (1-8), (1-9) et (1-10), nous trouvons la solution de l'équilibre du consommateur, i.e. Z^*, q^*, t^*.

B) Les courbes d'enchère résidentielles

Une courbe d'enchère résidentielle est l'ensemble des prix du sol que le ménage est prêt à payer à différentes distances pour conserver un niveau donné d'utilité. Voyons comment la théorie d'Alonso nous permet de dériver ces courbes d'enchère.

Supposons dans un premier temps que la localisation t_0 soit donnée. Comme le niveau de satisfaction est également fixé à U_0, la fonction d'utilité et la contrainte de budget s'écriront respectivement:

(1-11) $$U_0 = U(z,q,t_0)$$

(1-12) $$y = p_z Z + p_0 . q + K(t_0)$$

où p_0 est l'enchère que nous cherchons en t_0. L'individu est donc libre d'acheter les quantités de q et z qui vont maximiser sa satisfaction en t_0

lorsque le prix du sol est p_0. En différentiant les équations (1-11) et (1-12), nous trouvons la relation entre ces quantités:

$$\frac{U_q}{U_z} = \frac{p_0}{p_z} \tag{1-13}$$

et les équations (1-11), (1-12) et (1-13) nous permettent de trouver z, q et p_0.

De la même façon, nous pouvons dériver la courbe d'enchère en considérant t comme une variable. Les équations clés s'écriront maintenant:

$$U_0 = U(z,q,t) \tag{1-14}$$

$$y = p_z.Z + p_i(t)q + K(t) \tag{1-15}$$

$$\frac{U_q}{U_z} = \frac{p_i(t)}{p_z} \tag{1-16}$$

La résolution de ces trois équations ((1-14), (1-15) et (1-16)) nous donnent $p_i(t)$, la courbe d'enchère de l'individu i.

C) L'équilibre du ménage à l'aide des courbes d'enchère

Le concept d'enchère permet de trouver une solution au problème de l'équilibre du consommateur en combinant à la fois l'approche traditionnelle des courbes d'indifférence et une considération explicite des prix du sol. Aussi, de la même façon qu'il choisit (dans l'équilibre traditionnel) le point de sa contrainte de budget qui maximise son utilité, le consommateur choisira ici le point de sa droite des possibilités (i.e. la structure actuelle des prix) qui maximise son utilité (celle-ci étant maintenant représentée par ses courbes d'enchère). Pour ce faire, il choisira

le point pour lequel la structure des prix touche la courbe d'enchère la plus basse avec laquelle elle vient en contact. Nous savons donc qu'à l'équilibre, la structure des prix et la courbe d'enchère sont tangentes. En effet, nous avons déjà montré en A) qu'à l'équilibre:

$$(1\text{-}9) \qquad \frac{U_t}{U_z} = \frac{P'(t).q + K'(t)}{p_z}$$

De plus, en différentiant les équations (1-14) et (1-15), nous pouvons montrer qu'en tout point:

$$(1\text{-}17) \qquad \frac{U_t}{U_z} = \frac{p_i'(t).q + K'(t)}{p_z}$$

Donc à l'équilibre,

$$(1\text{-}18) \qquad P'(t) = p_i'(t)$$

i.e., la structure des prix et la courbe d'enchère sont tangentes.

D) La formalisation de Stull

Dans un article de 1973, Stull reprend le concept de courbe d'enchère tel que développé par Alonso et en suggère une interprétation un peu différente. Cette reconsidération est, à notre avis, très valable puisqu'elle permet de formaliser le fonctionnement du marché du sol urbain. C'est pourquoi nous nous permettons de la présenter ici.

Reprenons d'abord la définition d'Alonso: une courbe d'enchère résidentielle est l'ensemble des prix du sol que l'individu pourrait payer à différentes distances pour conserver un niveau d'utilité constant. Bien qu'elle paraisse claire à première vue, cette définition est pourtant incomplète. En effet, nous avons vu en B) que lorsque vient le temps de

dériver mathématiquement les courbes d'enchère, Alonso reconnaît la nécessité d'ajouter une troisième relation au système des équations (1-11) et (1-12). La contrainte qu'il impose est:

$$\frac{U_q}{U_z} = \frac{p_0}{p_z} \qquad (1\text{-}13)$$

Or, rien dans sa définition ne nous indique explicitement ce que devrait être cette troisième condition. De plus, Alonso justifie cette inclusion par le fait que les consommateurs maximisent toujours l'utilité. Une telle justification paraît un peu curieuse dans le cas présent puisque les courbes d'enchère sont par définition le lieu des points pour lesquels l'utilité est maintenue constante. Le concept de courbe d'enchère semble donc en être un qui dépend à la fois de l'hypothèse que l'utilité est maximisée et de l'hypothèse que l'utilité est maintenue constante.

Une façon de détourner ce problème est de redéfinir la courbe d'enchère: une courbe d'enchère d'un ménage est le lieu des points montrant le prix maximum qu'un ménage est prêt à payer pour le sol à différentes localisations, pour maintenir un niveau de satisfaction constant. Les avantages de cette reformulation sont doubles. D'une part, elle rend plus clair le lien entre le concept de courbe d'enchère et le modèle de vente aux enchères qu'Alonso utilise tout au long de son étude. En fait, elle permet d'interpréter le comportement du consommateur (face au marché immobilier) comme étant une maximisation de l'enchère sujet à une sorte de contrainte d'utilité. D'autre part, cette formulation alternative suggère immédiatement l'utilisation d'une technique mathématique pour analyser les courbes d'enchère, cette technique étant à la fois plus économique et plus générale que celle d'Alonso.

Considérons d'abord la contrainte de budget:

(1-19) $$y = p_z Z + p.q + K(t)$$

où p est le prix du sol. En isolant p dans (1-19), nous trouvons:

(1-20) $$p = \frac{y - p_z.Z - K(t)}{q}$$

La définition de Stull de la courbe d'enchère suggère que celle-ci provient de la résolution du problème suivant, à savoir la maximisation de l'enchère(1-20) sous contrainte d'utilité.

(1-21) $$\bar{u} = u(z,q,t)$$

où la maximisation du Lagrangien suivant:

(1-22) $$L = \frac{y - p_z.Z - K(t)}{q} + \mu\,[\bar{u} - u(z,q,t)]$$

Les conditions du premier ordre s'écrivent:

(1-23) $$\frac{\partial L}{\partial Z} = \frac{-p_z}{q} - \mu u_z = 0$$

(1-24) $$\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{-[y - p_z.Z - K(t)]}{q^2} - \mu u_q = 0$$

(1-25) $$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \bar{u} - u(z,q,t) = 0$$

Des équations (1-23) et (1-24), nous tirons:

(1-26) $$\frac{u_q}{u_z} = \frac{y - p_z.Z - K(t)}{q p_z} = \frac{p}{p_z}$$

Notons que l'équation (1-26) est la même que l'équation (1-13), i.e. la condition qu'Alonso introduit dans son analyse mathématique. On peut donc penser qu'Alonso utilisait implicitement un tel modèle bien que sa définition

des courbes d'enchère ne l'indique pas clairement.

Pour terminer, mentionnons que cette nouvelle formulation permet également de démontrer d'une façon plus formelle les propriétés de base de la courbe d'enchère résidentielle.

2. Présentation du problème

L'une des faiblesses d'Alonso est sûrement de ne pas avoir tenu compte du temps dans son modèle. En particulier, dans son analyse de l'équilibre du consommateur, l'interprétation de la variable "t" qui apparaît dans sa fonction d'utilité ($U=U(z,q,t)$) nous laisse un peu perplexe et aurait sans doute avantage à être revue sinon éliminée. Toutefois, avant de nous attaquer au problème comme tel, nous aimerions revoir ce que différents auteurs ont trouvé quant à l'introduction d'une variable ou d'une contrainte de temps dans leurs modèles respectifs.

A) L'analyse de Becker

Dans son modèle, Becker (1965) s'intéresse au rôle que joue le temps dans les décisions du consommateur et propose une version révisée de la théorie des choix tenant compte de cette nouvelle variable. Pour ce faire, il considère le ménage comme étant à la fois producteur et consommateur. Ainsi, il suppose que les consommateurs combinent du temps et des biens de marchés pour produire d'autres biens plus essentiels qui entrent directement dans leur fonction d'utilité. Pour garder la notation de l'auteur, nous appellerons ces biens Z_i et nous écrirons:

$$Z_i = f_i(x_i, T_i) \qquad (2\text{-}1)$$

où x_i représente un vecteur de biens du marché et T_i un vecteur d'inputs temps (servant à produire le bien i). L'auteur suppose également que le ménage maximise une fonction d'utilité:

$$(2\text{-}2) \qquad U = U(Z_1,\ldots,Z_m) = U(f_1,\ldots f_m) = U(x_1,\ldots,x_m;\ T_1,\ldots T_m)$$

sous la contrainte suivante:

$$(2\text{-}3) \qquad Z = g(Z_1,\ldots,Z_m)$$

où Z est la limite des ressources et g est une fonction de dépenses. Toute l'originalité de cette analyse tient dans la façon de mesurer g et Z. Au lieu de considérer une seule contrainte, nous supposerons que la fonction d'utilité (2-2) est maximisée sous trois contraintes séparées:

a) une contrainte pour les dépenses en biens:

$$(2\text{-}4) \qquad \sum_{1}^{m} p_i x_i = I = V + T_w \bar{w}$$

où p_i représente un vecteur de prix de x_i, I le revenu monétaire, V un revenu ne provenant pas du travail, T_w le vecteur des heures de travail et $\bar{w}$ le vecteur des taux de salaire.

b) une contrainte de temps:

$$(2\text{-}5) \qquad \sum_{1}^{m} T_i = T_c = T - T_w$$

où T_c est mis pour le vecteur du temps total de consommation et T le vecteur donnant le temps total disponible.

d) les fonctions de production des biens produits:

$$(2\text{-}6) \qquad \begin{aligned} T_i &= t_i Z_i \\ x_i &= b_i Z_i \end{aligned}$$

Toutefois, en considérant ces containtes de plus près, nous voyons qu'elles ne sont pas indépendantes et qu'elles peuvent être regroupées en une

seule contrainte:

$$(2\text{-}7) \qquad \sum_{1}^{m} (p_i b_i + \bar{w} t_i) Z_i = V + T\bar{w}$$

où

$$(2\text{-}8) \qquad \begin{aligned} \Pi_i &\equiv p_i b_i + \bar{w} t_i \\ S' &\equiv V + T\bar{w} \end{aligned}$$

D'après (2-7) et (2-8), il apparaît clairement que le prix (Π_i) d'une unité de Z_i est la somme des prix des biens et du temps utilisés par unité de Z_i. De plus, si $\bar{w}$ est constant (i.e. indépendant des Z_i), nous pouvons interpréter S' comme étant le "revenu complet", i.e. le revenu qu'on obtient si tout le temps disponible est consacré au travail. Dans le cas où $\bar{w}$ ne serait pas constant, il est préférable de laisser tomber l'approche où l'on considère séparément une contrainte de biens et de temps et de les remplacer par une seule dans laquelle la contrainte de ressource totale est nécessairement égale au "revenu complet":

$$(2\text{-}9) \qquad \sum_{1}^{m} p_i b_i Z_i + L(Z_1, \ldots Z_m) \equiv S$$

où S représente le revenu complet et L le salaire perdu par le biais de l'utilité.

Le modèle de Becker ayant été exposé, nous allons maintenant présenter une application de cette analyse à la théorie de la localisation résidentielle telle que proposée par Nelson (1973).

Dans la plupart des modèles, la rente différentielle provient des différences dans les coûts de transport (i.e. la rente compense pour les différences de coûts). Nelson dénonce les principales faiblesses d'une telle approche:

1° L'augmentation du coût de transport n'est pas une mesure adéquate de la perte de bien-être qui est due à une plus grande distance du centre.
2° La trop grande simplification du concept d'accessibilité (habituellement considérée comme étant la distance à une localisation centrale)
3° Le coût du temps est un facteur important dans les coûts de transport; pourtant ces modèles n'expliquent jamais comment on détermine ce coût.
L'auteur suggère donc un modèle qui tente de contourner ces difficultés. Tout comme chez Becker, le consommateur est contraint par son "revenu complet". La dépense de chaque unité de bien X_i prend de ce revenu un montant égal au prix monétaire de X_i et à son coût d'opportunité (i.e. le salaire perdu pendant qu'il consomme X_i). De plus, en choisissant une localisation résidentielle, les consommateurs jugent l'accessibilité en considérant à la fois la dépense monétaire (gazoline, entretien, dépréciation, etc.) et le temps requis pour se rendre de cette localisation à d'autres. Notons T_{ij} le prix total (prix monétaire + prix du temps) du bien i à la localisation j. Comme les prix des biens varient d'une localisation à l'autre, le consommateur jugera l'accessibilité relative des localisations j' et j" en comparant T_{ij}' et $T_{ij}"$. Enfin, si nous examinons les combinaisons de rentes et d'accessibilité qui maintiennent un niveau donné d'utilité, nous voyons qu'elles sont telles que, pour différents ensembles de prix (représentant l'accessibilité), la contrainte de revenu complet du consommateur est toujours ajustée à une position de tangence avec la même courbe d'utilité (après avoir compensé par la rente).

Pour mieux illustrer cette dernière remarque, considérons le cas à 2 biens (voir figure 1). Supposons que l'utilité du consommateur soit fixée à

$U_0 = u(Z_1, Z_2)$ et que sa contrainte de revenu soit:

(2-10) $\quad (p_1 b_1 + t_1 \bar{w}) z_1 + (p_2 b_2 + t_2 \bar{w}) z_2 = V + T\bar{w}$ (voir notation de Becker)

(2-11) $\quad T_{1j}\, Z_1 + T_{2j}\, Z_2 = V + T\bar{w}$ (notation de Nelson)

De plus, supposons que les prix des biens Z_1 et Z_2 soient respectivement T_{1j}' et T_{2j}' à la localisation j' et T_{1j}'' et T_{2j}'' à la localisation j" (avec $T_{1j}' < T_{ij}''$ et $T_{2j}' < T_{2j}''$). Ceci implique qu'à la localisation j', le revenu complet est égal à $(V + T\bar{w})_j'$ et la contrainte de revenu est représentée par AB. De même à la localisation j", la nouvelle contrainte est

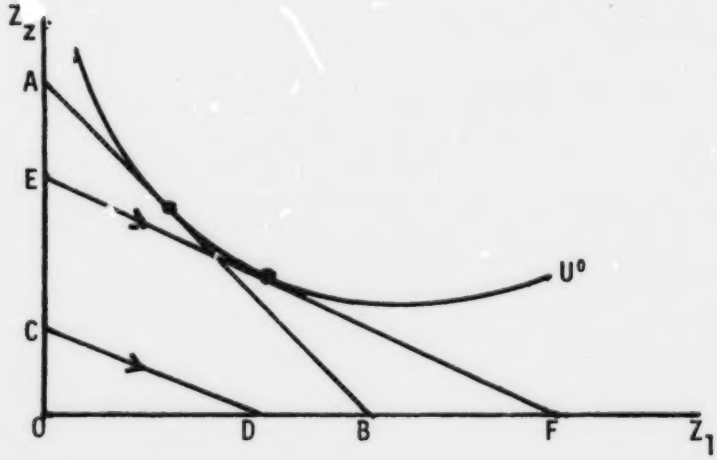


Figure 1

représentée par CD (i.e. si le consommateur paye la même rente). Mais le consommateur n'est plus indifférent entre les localisation j' et j". Donc à la localisation j", on doit baisser la rente pour ramener la contrainte à FE (i.e. tangente à une même courbe d'utilité). Avec cet exemple, il est clair que les rentes différentielles compensent exactement pour les différences dans l'accessibilité. Dans son article, l'auteur montre qu'on peut également représenter les rentes différentielles à l'aide des courbes de demande compensée.

Une des implications intéressantes de cette analyse est que s'il y a seulement une localisation centrale pour les destinations des consommateurs (hypothèse d'Alonso), les rentes compensatrices doivent diminuer à un taux décroissant lorsqu'on s'éloigne du centre. Enfin, combien le consommateur sera prêt à payer pour une localisation plus ou moins avantageuse, dépendra des possibilités de substitution qui peuvent lui éviter des pertes d'utilité lorsque l'accessibilité est réduite.

B) L'approche de Casetti et Papageorgiou (1971)

Cet article présente une classe de modèles qui possèdent ce que les auteurs considèrent comme étant les caractéristiques favorables des modèles d'Alonso et de Wingo. Nous avons déjà parlé assez longuement de la théorie d'Alonso (voir section 1) pour ne pas avoir à nous y attarder une fois de plus. Rappelons toutefois que dans ce modèle, l'aspect temps, soit comme loisir ou soit comme temps de transport, n'est nullement pris en compte. De plus, comme le modèle d'Alonso n'est pas opérationnel, les auteurs utilisent une reformulation proposée par Casetti. En effet, alors qu'Alonzo considère des ménages dont les goûts et le revenu sont différents et qui maximisent leur niveau de satisfaction sous contrainte de budget, Casetti a rendu cette formulation mathématiquement opérationnelle, en supposant des ménages identiques et en postulant qu'à l'équilibre, le niveau d'utilité optimal est constant partout dans l'espace.

Considérons brièvement le modèle de Wingo. Contrairement à Alonso, cet auteur a choisi de laisser tomber la maximisation explicite de l'utilité sujet à une contrainte de budget et de restreindre son modèle à une analyse des coûts de localisation tenant compte de la valeur du temps de transport.

En effet, les coûts de transports C_T incluent la valeur du temps passé à voyager, de même que les coûts pour la gazoline et la dépréciation de l'auto. Ainsi nous pouvons écrire:

(2-12) $$C_T = C_T(s)$$

(2-13) $$C_R = r(s).q$$

où C_R est mis pour les coûts résidentiels, r(s) le prix du sol à la distance s du centre et q la quantité de sol consommée. Une fonction de demande reliant la quantité de sol (consommée par le ménage) au prix du sol est donnée par:

(2-14) $$q = q(r(s))$$

Les coûts de localisation C à la distance s sont donc définis comme étant la somme des coûts de transport et des coûts résidentiels, i.e.,

(2-15) $$C(s) = C_T(s) + r(s)\ q\ (r(s))$$

Finalement,l'auteur suppose que les ménages se relocaliseront tant que cela fera baisser leurs coûts de localisation de telle sorte qu'un équilibre spatial sera atteint seulement si les coûts de localisation sont partout égaux à une constante.

Une fonction de coûts de transport tenant compte de la valeur du temps de déplacement ne peut pas être introduite directement dans un modèle tel que celui d'Alonso. Pourtant, il existe une autre alternative et c'est ce que Casetti et Papageorgiou proposent dans leur modèle: les ménages peuvent maximiser une fonction d'utilité incluant le temps de loisir, sous contrainte de budget et sous contrainte de temps. Supposons que la fonction d'utilité du consommateur situé à une distance s du centre-ville soit:

(2-16) $U = U(Z,q,T)$

où T représente le temps de loisir. Le problème du consommateur est de maximiser sa fonction d'utilité (2-16) sujet à une contrainte de budget

$$pZ + r(s)q + Ks = y$$

et à une contrainte de temps

(2-17) $T_S + T_W + T_C(s) + T = T_T$

où T_S donne le temps pour dormir, T_W le temps passé au travail, T_C le temps pour voyager et T_T le temps total disponible. T_C est clairement une fonction de s alors que T_S et T_W sont des constantes institutionnelles. Par conséquent, l'équation (2-17) implique que le temps de loisir du consommateur est fonction de sa localisation par rapport au centre:

(2-18) $T = T(s)$

En remplaçant T par T(s) dans la fonction d'utilité (2-16), nous constatons qu'elle est une fonction quelconque de Z, q et s

(2-19) $U(Z,q,T(s)) = \mu(Z,q,s)$

de telle sorte que notre problème du consommateur se réduit à la maximisation de $\mu(Z,q,s)$ sous une seule contrainte de budget. Autrement dit, ce problème revient exactement à la reformulation du modèle d'Alonso (mentionné plus haut) et la même stratégie peut être appliquée. Dans un premier temps, nous trouvons les valeurs $\bar{Z}(s,r)$ et $\bar{q}(s,r)$ telles que

(2-20) $U(\bar{Z},\bar{q},s) = \text{maximum}$

(2-21) et $p\bar{Z} + r(s)\bar{q} + Ks = y$

Dans un second, nous exprimons le niveau optimal d'utilité comme une fonction de s et r ($\bar{U} = \bar{U}(s,r)$). Finalement, nous imposons la condition

d'équilibre spatial (le niveau optimal d'utilité doit être égal à une constante) qui définit implicitement la fonction de rente à l'équilibre. Dans leur article, Casetti et Papageorgiou illustre le fonctionnement de leur modèle par un exemple spécifique.

c) Yamada (1972)

Yamada s'est basé sur la théorie de l'allocation du temps de Becker (voir section 2A) pour introduire un élément "temps" dans son modèle. Son but est de développer une théorie générale de la localisation résidentielle pouvant tenir compte de l'accessibilité, de l'espace, du loisir et de la qualité de l'environnement et ce, en examinant le comportement du consommateur à l'aide d'une contrainte de temps, aussi bien qu'une contrainte de budget. Voici le modèle qu'il propose.

Mentionnons d'abord que Yamada fait les mêmes hypothèses générales qu'Alonso, à savoir une ville située sur une plaine homogène avec un centre-ville où se concentrent l'emploi et les services. Il considère un individu qui veut se localiser et qui partage son temps entre le travail, le temps pour voyager et le loisir. La localisation de cet individu sera donnée par la résolution de la maximisation de son utilité sous contrainte de temps et de budget. Pour commencer, examinons sa fonction d'utilité. Nous l'écrirons

$$u = u(Z,q,L,w,C(K), E(K)) \quad (\text{avec } u_z,u_q,u_L,u_w,u_C,u_E > 0) \tag{2-22}$$

où Z représente la quantité de bien composite consommée, q la quantité de sol consommée, K la distance au centre-ville, L le temps de loisir, w le temps consacré au travail (avec $w<0$), E(K) la qualité de l'environnement

(avec $E'>0$) et $C(K)$ le temps passé à voyager (avec $C<0$, $C'<0$ et $C''=0$). La fonction d'utilité est continue, deux fois différentiable et strictement concave. La contrainte de budget s'écrira:

$$(2\text{-}23) \qquad g_1(Z,q,W,K) \equiv \bar{y} - wW - pz - r(K)q - t(K) \geq 0$$

où $\bar{y}$ est mis pour le revenu fixé ne provenant pas du travail, wW pour le revenu du travail (w étant le taux de salaire), p pour le prix du bien composite, $r(K)$ pour la rente spatiale (fonction décroissante et convexe de la distance au centre-ville, avec $r'<0$ et $r''>0$) et $t(K)$ pour le coût monétaire du transport (une fonction croissante et linéaire de K, avec $t'>0$, $t''=0$).

Nous avons dit plus haut que l'allocation du temps du consommateur se faisait entre le loisir, le travail et le temps pour se déplacer. La contrainte de temps peut donc s'exprimer comme suit:

$$(2\text{-}24) \qquad g_2(L,W,K) \equiv T + W + C(K) - L \geq 0$$

où T est le temps total disponible. De plus, afin de rendre son modèle plus réaliste, l'auteur suppose que le consommateur doit travailler un nombre minimum d'heures, $\overline{W}$. Ceci nous donne une troisième contrainte:

$$(2\text{-}25) \qquad g_3(W) \equiv -W + \overline{W} \geq 0$$

ce qui signifie que le travail supplémentaire est supérieur ou égal à zéro. Notons que dans ce modèle, le consommateur doit encourir trois sortes de coût ayant rapport avec la distance: 1) le coût de transport monétaire; 2) le temps du transport; 3) la désutilité produite par le transport.

Sous la forme de programmation mathématique, le problème du consommateur peut donc s'écrire de la façon suivante:

$$
\begin{aligned}
&\text{max.} \quad u = u(Z,q,L,W,C(K),\ E(K)) \\
&\text{sujet à} \quad \bar{y} - wW - pZ - r(K)q - t(K) \geq 0 \\
&\qquad\qquad T + W + C(K) - L \geq 0 \\
&\qquad\qquad -W + \overline{W} \geq 0 \\
&\qquad\qquad Z \geq 0,\ q \geq 0,\ L \geq 0,\ K \geq 0
\end{aligned}
\tag{2-26}
$$

Les conditions de Kuhn-Tucker-Lagrange donnent les conditions nécessaires (que nous ne reproduirons pas ici) pour trouver un maximum. Toutefois, soulignons qu'elles nous permettent, entre autres, de retrouver une condition déjà rencontrée chez Alonso:

$$
\frac{U_q}{U_Z} = \frac{r(K^*)}{p} \tag{2-27}
$$

L'auteur interprète et étudie plus en détail certaines de ces conditions. Finalement, il termine par une analyse statique comparative dans laquelle il essaie de voir les effets des changements de certains facteurs exogènes ($\bar{y}$, w, t et r) sur la consommation et la localisation du sol (q et K) et sur la demande de loisir (L) et il en tire des conclusions assez intéressantes.

3. Partie personnelle

A partir des modèles présentés à la section précédente , nous allons tenter de reformuler le problème de l'équilibre du ménage (dans la théorie d'Alonso), en introduisant une contrainte de temps. Comme cela peut se

faire de plusieurs façons, nous retiendrons les modèles (et leurs variantes) les plus plausibles et nous essayerons d'analyser brièvement les conditions se rattachant à chacun d'eux. Nous verrons que dans certains cas, des hypothèses différentes peuvent nous mener à des résultats que nous avons déjà rencontrés.

A) Modèle 1:

Ce modèle est pour ainsi dire une extension du modèle de Casetti et Papageorgiou (voir section 2-B). L'originalité de ce nouveau modèle vient du fait que nous rendons la variable "revenu" endogène. Pour ce faire, nous remplaçons y par $\bar{y} + T_w.w$ où $T_w.w$ représente le revenu de travail et $\bar{y}$ les autres revenus (fixés). Le nouveau problème du consommateur peut donc s'écrire de la façon suivante: maximiser la fonction d'utilité

(3-1) $$U = U(Z, q, L)$$

sous les contraintes

(3-2) $$p.Z + r(s).q + c(w) = \bar{y} + T_w.w \qquad \text{(contrainte de budget)}$$

(3-3) $$T_S + T_W + T(s) + L = T \qquad \text{(contrainte de temps)}$$

où Z représente la quantité de bien composite consommé, q la quantité de sol, L le loisir, p le prix du bien composite, r(s) le prix du sol, c(s) les coûts de transport, T_w le temps du travail, w le taux de salaire, T_S le temps pour dormir, T(s) le temps consacré au déplacement et T le temps total disponible. Ceci revient à maximiser le Lagrangien suivant:

(3-4) $$L_1 = U(Z,q,L) - \lambda_1[p.z + r(s)\ q + c(s) - \bar{y} - T_w.w] - \lambda_2[T_S + T_W + T(s) + L - T]$$

Les conditions du 1er ordre s'écrivent:

$$(3\text{-}5) \qquad \frac{\partial L_1}{\partial Z} = U_Z - \lambda_1 p = 0$$

$$(3\text{-}6) \qquad \frac{\partial L_1}{\partial q} = U_q - \lambda_1 r(s) = 0$$

$$(3\text{-}7) \qquad \frac{\partial L_1}{\partial L} = U_L - \lambda_2 = 0$$

$$(3\text{-}8) \qquad \frac{\partial L_1}{\partial T_w} = \lambda_1 w - \lambda_2 = 0$$

$$(3\text{-}9) \qquad \frac{\partial L_1}{\partial s} = -\lambda_1 r'(s).q - \lambda_1 c'(s) - \lambda_2 T'(s) = 0$$

$$(3\text{-}10) \qquad \frac{\partial L_1}{\partial \lambda_1} = p.Z + r(s)q + C(s) - \bar{y} - T_w.w = 0$$

$$(3\text{-}11) \qquad \frac{\partial L_1}{\partial \lambda_2} = T_S + T_W + T(s) + L - T = 0$$

Ce système de 7 équations et 7 inconnues (Z, q, L, s, T_w, λ_1 et λ_2) peut se réduire à un système de 5 équations et 5 inconnues:

$$(3\text{-}12) \qquad \frac{U_Z}{U_q} = \frac{p}{r(s)}$$

$$(3\text{-}13) \qquad \frac{U_L}{U_q} = \frac{w}{r(s)}$$

$$(3\text{-}14) \qquad r'(s) = \frac{-T'(s) - w\ C'(s)}{q}$$

en plus des équations (3-10) et (3-11). Les conditions (3-12) et (3-13) sont les conditions usuelles d'égalité entre les taux marginaux de substitution (T.M.S.) et les rapports des prix. Toutefois, il est à noter que l'équation (3-13) nous permet d'associer le prix du loisir au taux de salaire (ce qui est essentiellement nouveau par rapport au modèle de Casetti et

Papageorgiou). De plus, à l'aide de l'équation (3-14), nous pouvons retrouver un résultat important d'Alonso, à savoir que la rente r(s) (le prix du sol) décroît à partir du centre-ville (i.e. $r'(s)<0$ pour $s>0$). En effet, nous avons:

$$r'(s) = \frac{-T(s) - wC'(s)}{q} \quad \text{où} \quad T'(s)>0,\ C'(s)>0 \text{ et } q>0$$

d'où $r'(s) < 0$.

B) Modèle 2:

L'élément-clé dans ce deuxième modèle est l'introduction d'une nouvelle variable dans notre contrainte de temps. Cette nouvelle variable t_z représente le temps nécessaire pour consommer une unité du bien composite z. Comme nous le verrons plus loin, nous obtiendrons des résultats différents suivant les hypothèses que nous postulerons sur la variable t_z. De plus, contrairement au modèle précédent nous considérerons le revenu du consommateur, R, comme étant exogène. (Une autre modification mineure consiste en l'élimination de la variable T_S - le temps pour dormir - que nous pouvons considérer comme une constante institutionnelle). Le problème du consommateur sera donc de maximiser la même fonction d'utilité ($U=U(Z,q,L)$) sous les contraintes suivantes:

(3-15) $$p.Z + r(s).q + C(s) = R$$

(3-16) $$t_z.z + T_w(s) + L = T$$

où $T_w(s)$ représente le temps consacré au travail (incluant le temps de déplacement), les autres variables ayant déjà été définies dans le modèle précédent. Ce problème revient à maximiser le Lagrangien:

(3-17) $$L_2 = U(Z,q,L) - \lambda_1 [p.Z + r(s).q + C(s) - R] - \lambda_2 [t_z.Z + T_w(s) + L - T]$$

Les conditions du 1er ordre s'écrivent:

(3-18) $$\frac{\partial L_2}{\partial Z} = U_Z - \lambda_1 p - \lambda_2 t_Z = 0$$

(3-19) $$\frac{\partial L_2}{\partial q} = U_q - \lambda_2 r(s) = 0$$

(3-20) $$\frac{\partial L_2}{\partial L} = U_L - \lambda_2 = 0$$

(3-21) $$\frac{\partial L_2}{\partial s} = -\lambda_1 r'(s).q - \lambda_1 c'(s) - \lambda_2 T'_w(s) = 0$$

(3-22) $$\frac{\partial L_2}{\partial \lambda_1} = p.Z + r(s).q + c(s) - R = 0$$

(3-23) $$\frac{\partial L_2}{\partial \lambda_2} = t_Z.Z + T_w(s) + L - T = 0$$

De l'équation (3-18), nous tirons:

$$U_Z = \lambda_1 \left[p + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} t_Z \right]$$

Or, si nous n'avions pas introduit la contrainte de temps (i.e. $\lambda_2 = 0$) ou plus simplement, si nous n'avions pas introduit la variable t_Z dans la contrainte de temps (comme dans le modèle précédent), cette condition s'écrirait:

$$U_Z = \lambda_1 p$$

i.e. la condition que nous retrouvons dans la théorie traditionnelle du consommateur. C'est donc dire que l'introduction de la contrainte de temps et surtout de la variable t_Z, a pour conséquence que l'individu évalue l'unité de temps à un certain prix λ_2/λ_1. Ainsi, pour l'individu, le prix

de Z n'est plus p mais la somme de p et de la valeur du temps utilisé pour la consommation.

Des équations (3-20) et (3-21), nous pouvons tirer:

$$U_L = \lambda_2 \ (\geq 0) \quad \text{et} \quad \lambda_2 = \frac{-\lambda_1 r'(s).q - \lambda_1 C'(s)}{T_w'(s)}$$

d'où: $$U_L = \frac{-\lambda_1 r'(s).q - \lambda_1 C'(s)}{T_w'(s)} \qquad \text{où } r'(s) \leq 0,\ C'(s) \geq 0 \text{ et } T_w'(s) \geq 0$$

Pour que U_L soit positif, il faut que $|r'(s).q| \geq C'(s)$, i.e. la baisse de la rente doit au moins compenser pour la hausse du coût de transport (sinon l'utilité marginale du loisir devient négative). En utilisant une approche différente d'Alonso, nous retrouvons son résultat: le consommateur se localise là où l'économie sur le prix du terrain est suffisante pour compenser l'accroissement du coût de transport.

Finalement, les conditions d'égalité entre les T.M.S. et les rapports des prix peuvent s'écrire:

$$\text{(3-24)} \qquad \frac{U_Z}{U_q} = \frac{p + {}^{\lambda_2/\lambda_1}\, t_Z}{r(s)}$$

où $p + {}^{\lambda_2/\lambda_1}\, t_Z$ est le nouveau prix du bien composite lorsque nous tenons compte du temps de consommation et

$$\text{(3-25)} \qquad \frac{U_L}{U_q} = \frac{{}^{\lambda_2/\lambda_1}}{r(s)}$$

De cette dernière condition, nous pouvons déduire que le prix associé au loisir est la valeur du temps telle que pressentie par l'individu.

C) Modèle 3:

Ce modèle est très semblable au précédent. La seule différence vient du fait que nous remplaçons la variable $T_w(s)$ par $T_w + T(s)$, T_w représentant le temps consacré au travail et T(s) le temps de déplacement. Ainsi, T_w sera considérée comme une variable exogène (nous pouvons penser à une constante institutionnelle) et T(s) sera la variable endogène, déterminée par notre modèle. Le problème sera donc de maximiser la même fonction d'utilité ($U = U(Z,q,L)$) sous la même contrainte de budget (3-15) et la nouvelle contrainte de temps:

(3-26) $$t_Z.Z + T_w + T(s) + L = T$$

ce qui revient à maximiser le Lagrangien:

(3-27) $$L_3 = U(Z,q,L) - \lambda_1[p.z + r(s).q + C(s) - R] - \lambda_2[t_Z.Z + T_w + T(s) + L - T].$$

Les conditions du premier ordre sont:

(3-28) $$\frac{\partial L_3}{\partial Z} = U_Z - \lambda_1 p - \lambda_2 t_Z = 0$$

(3-29) $$\frac{\partial L_3}{\partial q} = U_q - \lambda_2 r(s) = 0$$

(3-20) $$\frac{\partial L_3}{\partial L} = U_L - \lambda_2 = 0$$

(3-31) $$\frac{\partial L_3}{\partial s} = -\lambda_1 r'(s).q - \lambda_1 C'(s) - \lambda_2 T'(s) = 0$$

(3-32) $$\frac{\partial L_3}{\partial \lambda_1} = p.Z + r(s).q + C(s) - R = 0$$

(3-33) $$\frac{\partial L_3}{\partial \lambda_2} = t_Z.Z + T_w + T(s) + L = T$$

Sauf pour les équations (3-31) et (3-33), ces conditions sont identiques à celles que nous avons dérivées dans le cas du modèle 2. En effet, si nous comparons (3-21) et (3-31), nous constatons que $T'_w(s)$ a été remplacé par $T'(s)$. Toutefois, le résultat que nous avions tiré de l'équation (3-21), à savoir que la hausse du coût de transport doit être compensée par la baisse de la rente, demeure toujours vrai puisque tout comme $T'_w(s)$, $T'(s)$ est ≥ 0.

Notre modification du modèle par rapport au précédent n'est absolument pas enrichissante puisque son interprétation demeure essentiellement la même.

D) Variantes des modèles (2) et (3)

Ces variantes proviennent des différentes hypothèses que nous pouvons faire quant à la variable t_Z (pour plus de détails, voir Lesourne (1972)). Comme nous venons de voir que le modèle 2 est équivalent au modèle 3, nous nous contenterons de présenter les variantes dans le cas du modèle 2 uniquement.

1°) Hypothèse 1:

Cette première hypothèse suppose que t_Z (le temps nécessaire pour consommer une unité du bien composite) est indépendant de la consommation Z. De plus, nous supposons que la satisfaction de l'individu est fonction de la consommation Z du bien composite indépendamment du temps que dure cette comsommation. Ce premier cas correspond donc exactement au modèle 2 que nous avons présenté.

2° Hypothèse 2:

Ici, t_Z n'est plus une constante (comme dans le cas précédent) mais une fonction de Z: $t_Z(Z)$. C'est donc dire que le temps passé pour effectuer une consommation Z n'est plus une fonction linéaire de cette consommation. Cette hypothèse a pour conséquence de changer la première condition tirée du modèle 2, l'équation (3-18):

$$\frac{\partial L_2}{\partial Z} = U_Z - \lambda_1 p - \lambda_2 t_Z = 0 \qquad (3\text{-}18)$$

ou $$U_Z = \lambda_1 [p + {}^{\lambda_2}/_{\lambda_1} t_Z]$$

qui devient:

$$U_Z = \lambda_1 [p + {}^{\lambda_2}/_{\lambda_1} (t'_Z.Z + t_Z)] \qquad (3\text{-}34)$$

Le prix du temps est toujours ${}^{\lambda_2}/_{\lambda_1}$ mais t_Z a été remplacé par $t'_Z.Z + t_Z$ que nous pouvons définir comme le temps marginal correspondant à la consommation Z.

L'interprétation des autres conditions reste inchangée.

3° Hypothèse 3:

Selon cette hypothèse, la satisfaction de l'individu dépend non seulement de la quantité de Z consommée mais aussi du temps passé à cette consommation. La fonction d'utilité doit alors faire intervenir la durée totale de consommation: $T_Z = t_Z.Z$ où t_Z est maintenant une variable. Le nouveau problème du consommateur sera de maximiser la fonction d'utilité:

$$U = U(Z, T_Z, q, L) \qquad (3\text{-}35)$$

sous les contraintes suivantes:

(3-36) $p.Z + r(s).q + C(s) = R$ (contrainte de budget)

(3-37) $T_Z + T_w(s) + L = T$ (contrainte de tempsP

Ceci revient à maximiser le Lagrangien:

(3-38) $L_4 = U(Z,T_Z,q,L) - \lambda_1[p.Z+r(s).q+C(s)-R] - \lambda_2[T_Z+T_w(s)+L-T]$

Les conditions du 1er ordre s'écrivent:

(3-39) $$\frac{\partial L_4}{\partial Z} = U_Z - \lambda_1 p - \lambda_2 t_Z = 0$$

(3-40) $$\frac{\partial L_4}{\partial t_Z} = U_{t_z} - \lambda_2 Z = 0$$

(3-41) $$\frac{\partial L_4}{\partial q} = U_q - \lambda_2 r(s) = 0$$

(3-42) $$\frac{\partial L_4}{\partial L} = U_L - \lambda_2 = 0$$

(3-43) $$\frac{\partial L_4}{\partial s} = -\lambda_1 r'(s).q - \lambda_1 C'(s) - \lambda_2 T_w'(s) = 0$$

(3-44) $$\frac{\partial L_4}{\partial \lambda_1} = p.Z + r(s).q + C(s) - R = 0$$

(3-45) $$\frac{\partial L_4}{\partial \lambda_2} = T_Z + T_w(s) + L - T = 0$$

De l'équation (3-39), nous pouvons tirer:

$$U_Z = {}_1[p + {}^{\lambda_2/}\lambda_1 t_Z]$$

une condition que nous avons déjà rencontrée et interprétée dans le modèle 2.

De l'équation (3-40), il vient que

$$U_{t_Z} = \lambda_2 Z$$

(3-46) ou $\frac{1}{Z} U_{t_z} = U_{T_Z} = \lambda_2$

ce qui signifie que pour une consommation donnée, la satisfaction marginale procurée par un accroissement du temps de consommation est proportionnelle à la valeur du temps pour l'individu considéré. De plus, d'après l'équation (4-42),

(3-47) $U_L = \lambda_2$

d'où:

$$U_L = U_{T_Z}$$

l'utilité marginale du temps de consommation est égale à l'utilité marginale du loisir. Les autres conditions sont identiques à celles du modèle 2.

E) Le modèle 4:

Ce dernier modèle est en quelque sorte une synthèse des modèles 1 et 2 (ou 3). En effet, les principaux nouveaux éléments introduits dans ces deux modèles étaient respectivement: A) le revenu comme variable endogène ($y = \bar{y} + T_w.w$) et B) une variable tenant compte du temps de consommation (t_Z). Ce sont ces deux éléments que nous retrouvons simultanément ici.

Tout comme dans les modèles précédents, le problème du consommateur consiste en la maximisation d'une fonction d'utilité ($U = U(Z,q,L)$) sous les contraintes suivantes:

(3-48) $p.z + r(s).q + C(s) = \bar{y} + T_w.w$ (contrainte de budget)

(3-49) $t_Z.Z + T_w + T(s) + L = T$ (contrainte de temps)

Il est à noter que l'équation (3-48) est identique à l'équation (3-2) (la

contrainte de budget du modèle 1) alors que l'équation (3-49) est identique à l'équation (3-26) (la contrainte de temps du modèle 3). Ce problème revient à maximiser le Lagrangien:

(3-50) $L_5 = U(Z,q,L) - \lambda_1[p.Z. + r(s).q + C(s) - \bar{y} - T_w.w] - \lambda_2[t_Z.Z + T_w + T(s) + L - T]$

Les conditions du 1er ordre s'écrivent:

(3-51) $$\frac{\partial L_5}{\partial Z} = U_Z - \lambda_1 p - \lambda_2 t_Z = 0$$

(3-52) $$\frac{\partial L_5}{\partial q} = U_q - \lambda_1 r(s) = 0$$

(3-53) $$\frac{\partial L_5}{\partial L} = U_L - \lambda_2 = 0$$

(3-54) $$\frac{\partial L_5}{\partial T_w} = \lambda_1 w - \lambda_2 = 0$$

(3-55) $$\frac{\partial L_5}{\partial s} = -\lambda_1 r'(s).q - \lambda_1 C'(s) - \lambda_2 T'(s) = 0$$

(3-56) $$\frac{\partial L_5}{\partial \lambda_1} = p.Z + r(s).q + C(s) - \bar{y} - T_w.w = 0$$

(3-57) $$\frac{\partial L_5}{\partial \lambda_2} = t_Z.Z + T_w + T(s) + L - T = 0$$

Des équations (3-51) et (3-54), nous tirons respectivement les équations

(3-58) $$U_Z = \lambda_1[p + {}^{\lambda_2}/_{\lambda_1} t_Z]$$

(i.e. le prix de Z est égal à la somme de p et de la valeur du temps de consommation)

(3-59) $$\lambda_2 = \lambda_1 w$$

ou $${}^{\lambda_2}/_{\lambda_1} = w$$

En substituant (3-59) dans l'équation (3-58) nous trouvons:

(3-60) $$U_Z = \lambda_1 [p + wt_Z]$$

où wt_z représente la valeur du temps de consommation. La condition (3-59) nous permet donc d'aller un peu plus loin dans notre nouvelle définition du bien composite, cette définition étant très similaire à la notion de prix introduite par Becker (voir section 2-A).

Le système des 7 équations (3-51) à (3-57) et 7 inconnues ($Z,q,L,T_w,s,\lambda_1,\lambda_2$) peut se réduire au système à 5 équations et 5 inconnues suivant:

(3-60) $$\frac{U_Z}{U_q} = \frac{p+wt_Z}{r(s)}$$

(3-61) $$\frac{U_L}{U_q} = \frac{w}{r(s)}$$

(3-62) $$r'(s) = \frac{-C'(s) - wT'(s)}{q}$$

et les équations (3-56) et (3-57). Ce nouveau système nous permet de trouver la solution pour les variables Z, q, L, T_w et s. De plus, nous pouvons retrouver tous les résultats que nous avons déjà rencontrés dans les modèles précédents. Par exemple, la condition (3-61) nous permet de déduire que le prix associé au loisir est en fait le taux de salaire. L'équation (3-55) nous permet de retrouver le résultat d'Alonso selon lequel l'individu se localisera là où l'économie sur le prix du terrain est suffisante pour compenser l'accroissement du coût de transport.

De la même façon que nous avons dérivé les variantes des modèles 2 et 3, nous pourrions générer les variantes du modèle 4 (i.e. en postulant des

hypothèses différentes sur la variable t_z). Toutefois, comme les résultats sont assez semblables à ceux déjà obtenus, nous nous contenterons ici de le mentionner.

Pour terminer, soulignons que le modèle 4 est sans doute le plus riche des modèles que nous avons présentés dans cette section et qu'il consiste en une reformulation assez intéressante, à notre avis, de l'équilibre du ménage dans la théorie d'Alonso.

REFERENCES

Alonso, W. (1964) Location and Land Use, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Anas, A. et Dendrinos, D.S. (1976) "The New Urban Economics: A Brief Survey", in Mathematical Land Use Theory, edited by G.J. Papageorgiou, Lexington Books.

Becker, G. (1965) "A Theory of the Allocation of Time", Economic Journal, Vol. 75, sept. 1965, pp. 493-517.

Casetti, E. et Papageorgiou, G.J. (1971) "A Spatial Equilibrium Model of Urban Structure", Canadian Geographer, Vol 15, pp. 30-37.

Lesourne, J. (1972) Le calcul économique, Dunod, Paris.

Nelson, R.H. (1973) "Accessibility and Rent: Applying Becker's 'Time Price' Concept to the Theory of Residential Location", Urban Studies, Vol. 10, pp. 83-86.

Stull, W.J. (1973) "A Note on Residential Bid Price Curve", Journal of Regional Science, Vol. 13, April 1973, pp. 107-113.

Yamada, H. (1972) "On the Theory of Residential Location: Accessibility, Space, Leisure and Environmental Quality", Papers of the Regional Science Association, Vol. 29, pp. 125-135.